Il Sole a Viganella – Il problema

Il centro abitato di Viganella (VB) si trova quasi al centro, esattamente sul lato Nord, della Valle Antrona. E' il capoluogo dell'omonimo Comune, composto da altre frazioni e località, sparse lungo i versanti lambiti al piede dal torrente Ovesca. Questo torrente come l'asse principale della valle, si sviluppa prevalentemente in direzione Est-Ovest.
A Sud del paese il terreno si inerpica rapidamente e raggiunge in poco più di 2 km il crinale confinante con la Valle Anzasca, denominato "alpeggi della Colma". Questi sono: Il laghetto, Aloro (1595 m), Cà di Marui, Cà'd Pedar, Alpe Prei.
Il crinale è delimitato da Est verso Ovest, dal pizzo Castello sino alla Croce Del cavallo (passo Salarioli) ed ha un andamento parallelo alla valle, con una altezza quasi costante. Esso impedisce alla luce del Sole di raggiungere e illuminare, nei mesi invernali, l'abitato posto quasi 1000 metri più in basso.
Più precisamente mentre il profilo dei monti a Sud dell'abitato raggiunge circa i 26°-30° di elevazione, l'altezza del Sole a mezzogiorno rimane inferiore a questo angolo nel periodo compreso approssimativamente fra il 10 Novembre e il 2 Febbraio successivo.
Dai grafici riportati in Fig. 1 si vede inoltre che alle ore 11 il Sole non è visibile da circa il 1 Novembre al 15 Febbraio ed infine alle ore 10 non è visibile dal 17 Ottobre al 6 Marzo.
In conclusione l'abitato non è riceve i raggi solari per circa 83 giorni (quasi 12 settimane), è illuminato per meno di 2 ore al giorno per un periodo di 106 giorni (circa 15 settimane) e infine è illuminato per meno di 4 ore per 139 giorni (20 settimane).

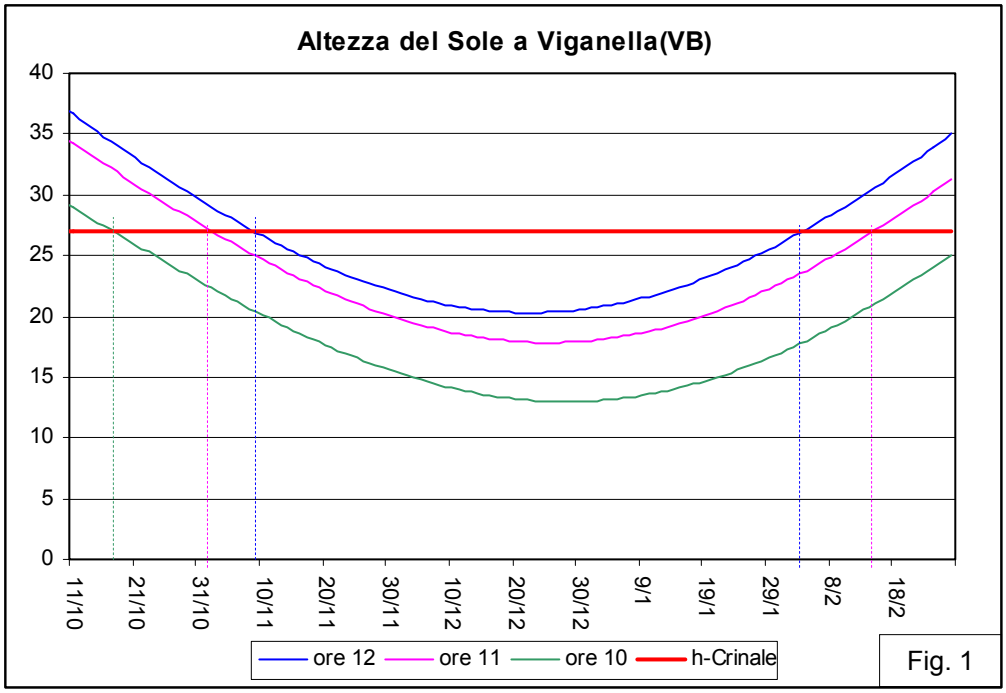


Fig. 1

Oltre a queste considerazioni occorre tener presente anche l'eventuale innevamento che si può verificare sul crinale considerato. Un cospicuo manto nevoso può dilatare i dati considerati di due-tre giorni in autunno ed in inverno, che sommati, portano a circa tre mesi l'assenza di sole nel capoluogo del Comune.

I dati ed il profilo della valle.

Coordinate geografiche del Comune di VIGANELLA (VB)
Latitudine Nord 46° 3’ 11.52”
Longitudine Est 8° 11’ 48.48”
Altitudine 579 m slm

Nel disegno riportato in Fig. 2 è rappresentata una sezione della Valle all’altezza di Viganella, fatta con un piano verticale avente un azimut di circa 41° Est rispetto al piano Nord-Sud, e vista dalla direzione Ovest.
Sono indicati i profili dei monti a Nord e quello del crinale a Sud (a destra nella figura).
Le misure e le altezze riportate sono approssimate non essendo, come ovvio, il crinale ad altezza esattamente costante.
Il punto indicato con M sul lato Nord a sinistra indica una localitá (*Scagiola*) il cui scopo sará spiegato piú dettagliatamente in seguito.
Si puó osservare come dal centro del paese il crinale a Sud si vede sotto un angolo di circa 26-30°.

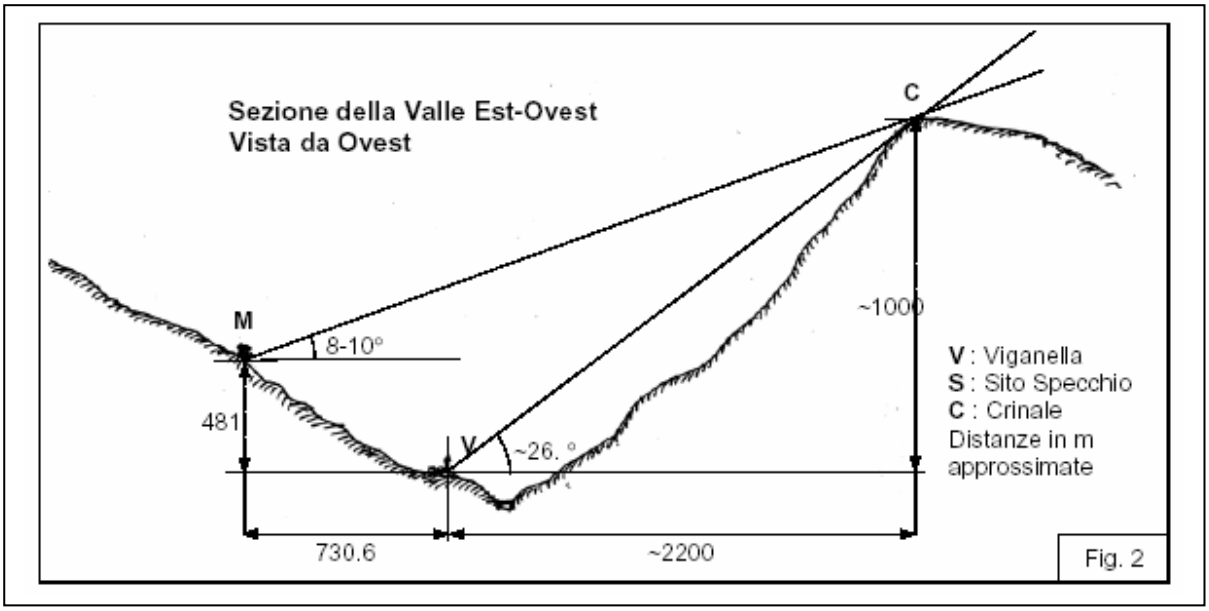


Fig. 2

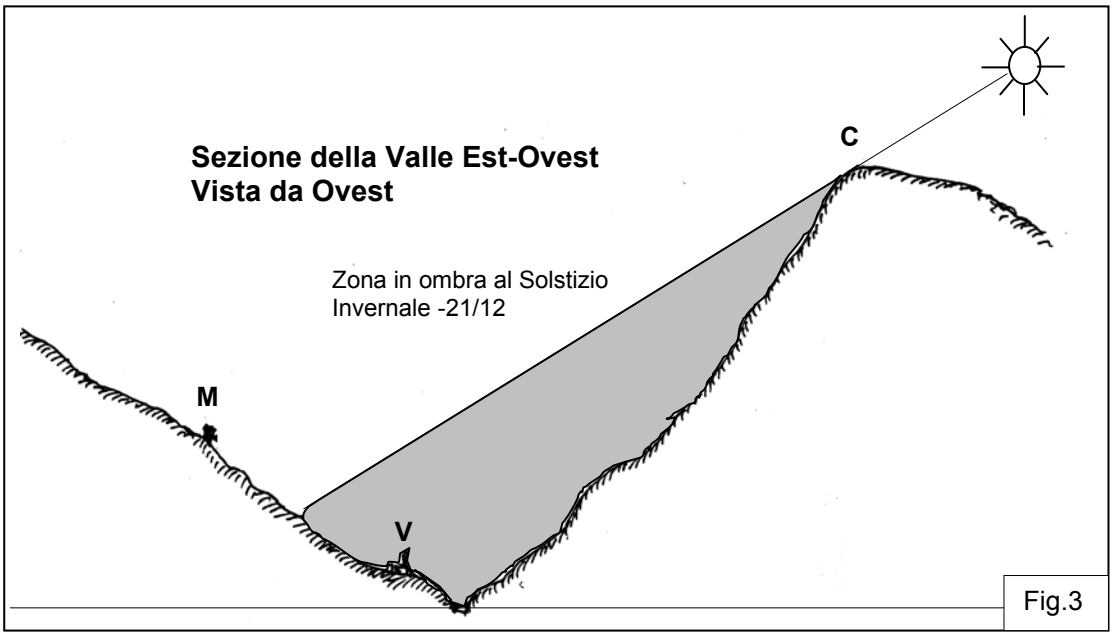


Fig.3

Nella precedente fig. 3 è riportato il profilo della Valle con indicata la zona non illuminata dal sole al mezzodì del giorno del Solstizio d'Inverno (21 dicembre) quando il sole è più basso.

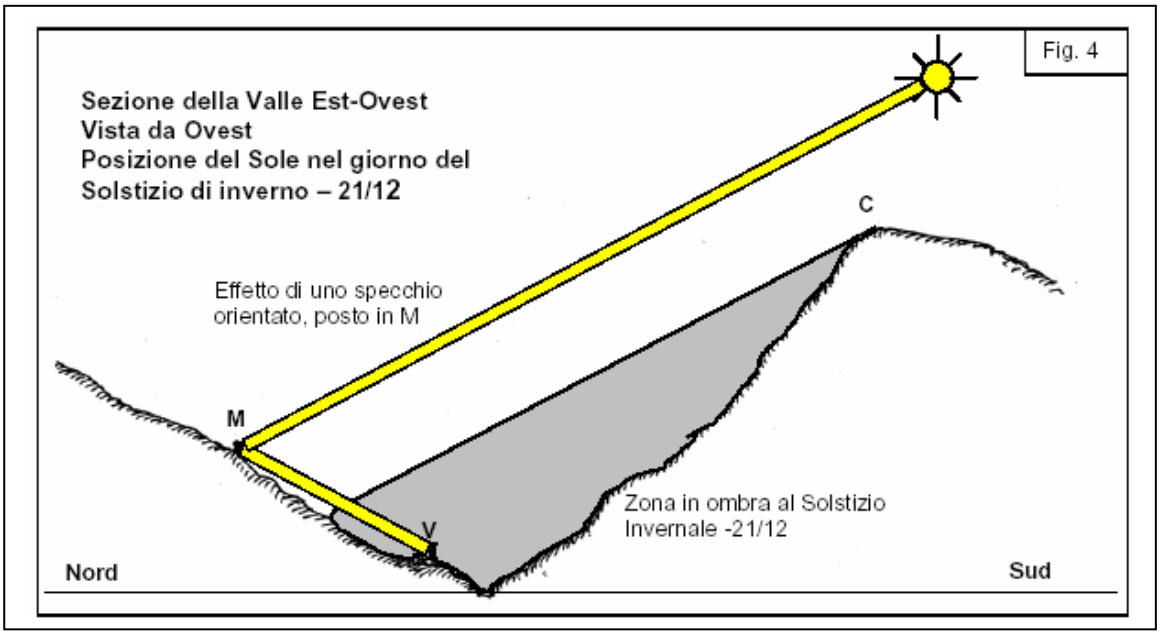
Proposta – Specchio illuminatore

Per ovviare parzialmente al problema della mancanza di illuminazione solare diretta per un periodo cosí lungo è stata presa in considerazione la possibilitá di realizzare un sistema per riflettere i raggi del Sole verso il centro del paese.

A questo scopo si è pensato di utilizzare uno o piú specchi che potrebbero essere posizionati sul lato Nord della valle ed essere ruotati opportunamente in modo da rimandare i raggi solari al centro di Viganella, mantenendo quindi "illuminata"una piccola zona all'interno dell'abitato per un certo periodo di tempo centrato sul mezzogiorno.

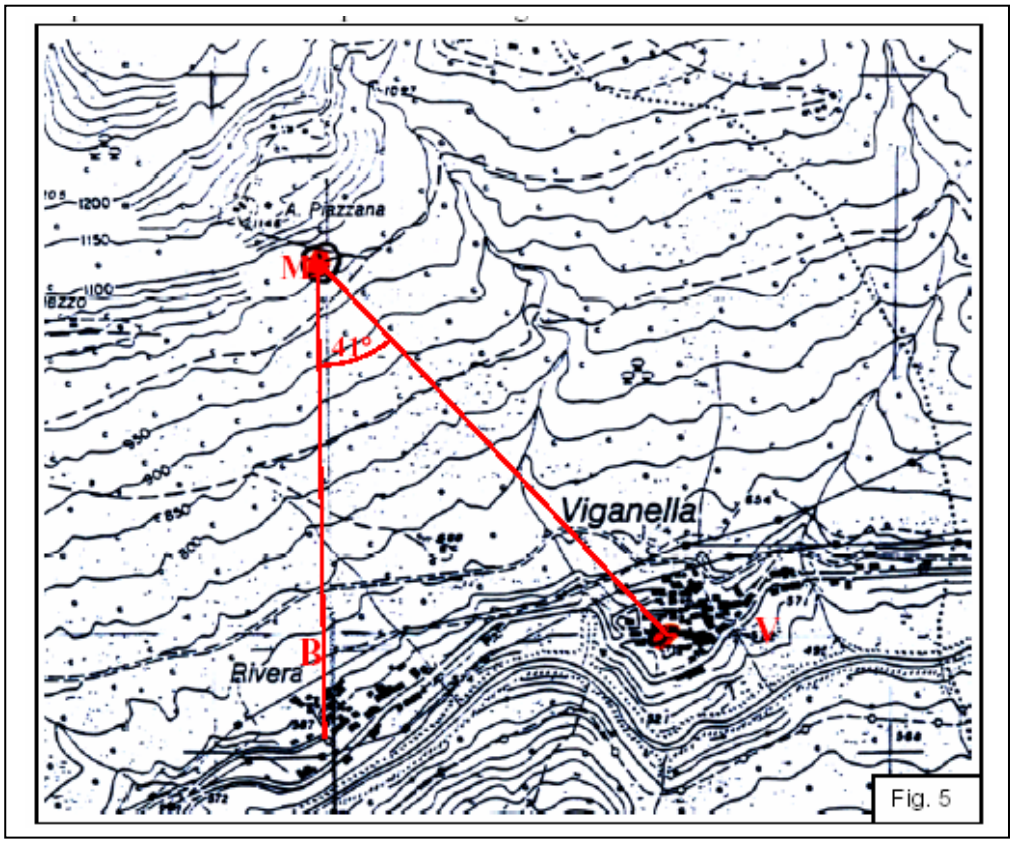
Una localitá adatta ad accogliere il sistema riflettente (indicata dall'Amministrazione Comunale e poi verificata sperimentalmente) è quella indicata dal punto **M** nelle figure precedenti, che dista circa 730 m in orizzontale dal centro dell'abitato e si trova circa 481m piú in alto.

Come illustrato in fig. 4, i raggi del sole raggiungono il punto **M** anche nel giorno del solstizio di Inverno, per cui possono, se riflessi, raggiungere l'abitato sottostante.



Il sole illumina
la parte di montagna
alle spalle di Viganella, ma non
scende nell'abitato, come
evidenzia questa immagine
di fine novembre

Per motivi dovuti alla natura orografica del terreno la localitá individuata come adatta ad ospitare il sistema riflettente (Scagiola) non è esattamente a Nord del paese, ma spostata verso Nord-Ovest.
In fig. 5 è riportata la corografia al 10000 comprendente i luoghi interessati.



Supponendo di rimandare la luce del Sole verso la piazza del Paese (punto P), si possono facilmente calcolare gli angoli che individuano la direzione dei raggi riflessi.
I valori trovati sono :

- Azimut = angolo BMV = 41° da Sud verso Est
- Altezza = angolo nel piano verticale passante per M e V sotto il quale da M si vede V, = 33.4° al di sotto dell'orizzonte di M

Illuminamento dovuto a uno specchio – Generalitá

Per chiarire quali siano i problemi che si incontrano quando si desidera illuminare un punto P, supposto in ombra, con uno specchio M posto ad una certa distanza da esso, cominciamo a supporre inizialmente di avere a disposizione uno specchio molto grande.
In questo caso un osservatore posto nel punto P, vede all'interno della superficie dello specchio, che si suppone sempre opportunamente orientato, l'intero disco solare e quindi riceve una illuminazione uguale a quella che si ha nella località M, illuminata direttamente dal Sole – Fig. 6a.

Se riduciamo lentamente la dimensione dello specchio l'osservatore posto in P vede su di esso sempre l'intero disco solare – Fig. 6b – sino a quando la dimensione trasversale dello specchio stesso non diventa eccessivamente piccola – Fig. 6c.

Riducendo ulteriormente le dimensioni infine dal punto P si potrà vedere soltanto una parte del disco solare riflessa dallo specchio che apparirà completamente illuminato – Fig. 6d .
Come conseguenza diretta avremo allora che la quantità di energia luminosa che giunge all'osservatore in P è inferiore a quella che giunge in M e quindi l'illuminamento della piazza è minore di quello prodotto direttamente dal Sole.

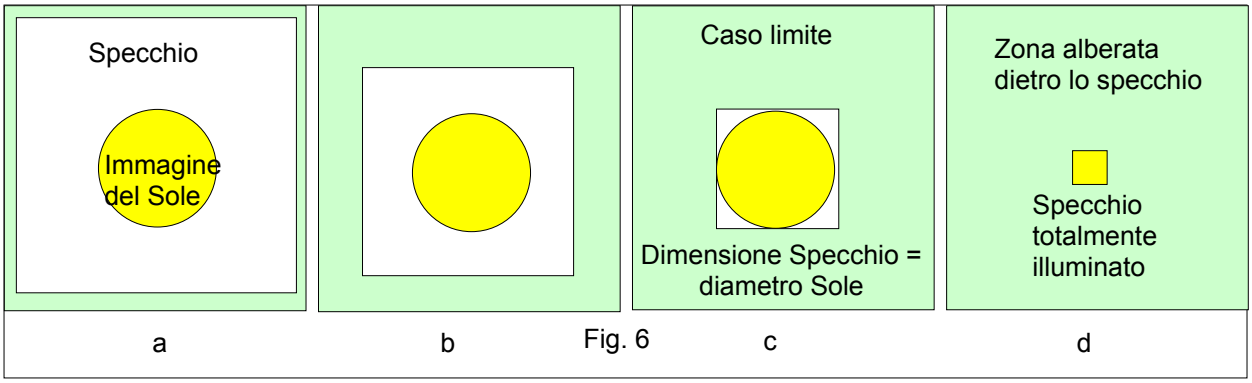
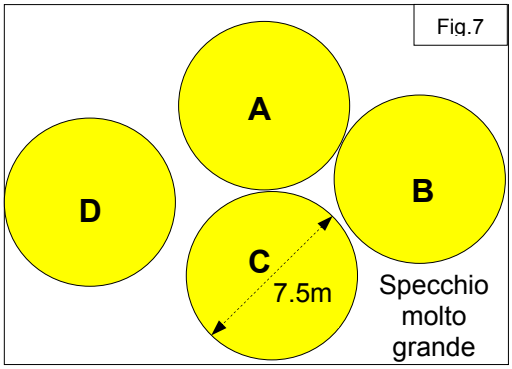


Fig. 6

Poiché il Sole ha un diametro medio Φ=32' (circa mezzo grado), per avere la condizione limite rappresentata in Fig. 6c occorre che il lato dello specchio, se quadrato, o il suo diametro, sia uguale al valore che si può ricavare dalla relazione :

$$D_P = L \cdot \Phi_{radianti} \cong \frac{L}{107.5}$$ in cui si è indicata con L la distanza MP specchio-osservatore.

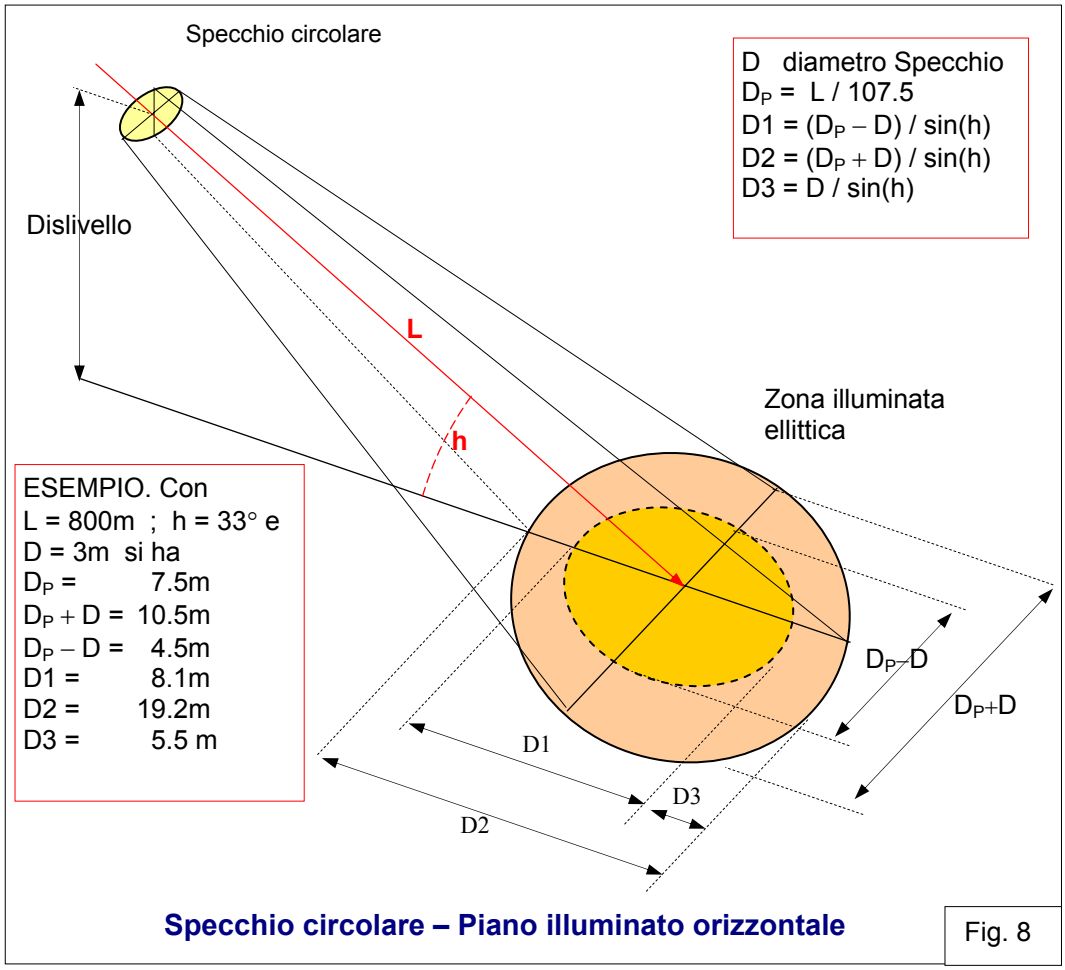
Nel caso di Viganella essendo la distanza fra specchio e Piazza di circa 874.8 m il diametro "critico" dello specchio risulta uguale a 8.1m. : per avere almeno in un punto della piazza un illuminamento uguale a quello presente in pieno sole occorre quindi uno specchio avente almeno queste dimensioni.
Con una dimensione maggiore il valore di illuminamento non aumenta ma risulta illuminata non solo la zona ristretta della piazza verso il quale è diretto il raggio riflesso, ma una zona di dimensioni piú grandi.
Con una dimensione maggiore il valore di illuminamento non aumenta ma risulta illuminata non solo la zona ristretta della piazza verso il quale è diretto il raggio riflesso, ma una zona di dimensioni più grandi.
In questo caso un osservatore vedrebbe il disco del Sole nella posizione A di Fig. 7, un altro lo vedrebbe nelle posizione B, ecc.
Se poi lo specchio non venisse continuamente "orientato" un osservatore vedrebbe il disco solare attraversare lo specchio e verrebbe "illuminato" per un certo periodo di tempo [1].



[1] Ad es. con uno specchio lungo 25m l'illuminazione di un punto durerebbe per circa 7 minuti e sarebbe illuminata una zona larga all'incirca 30m

Illuminamento con uno specchio di dimensioni ridotte.

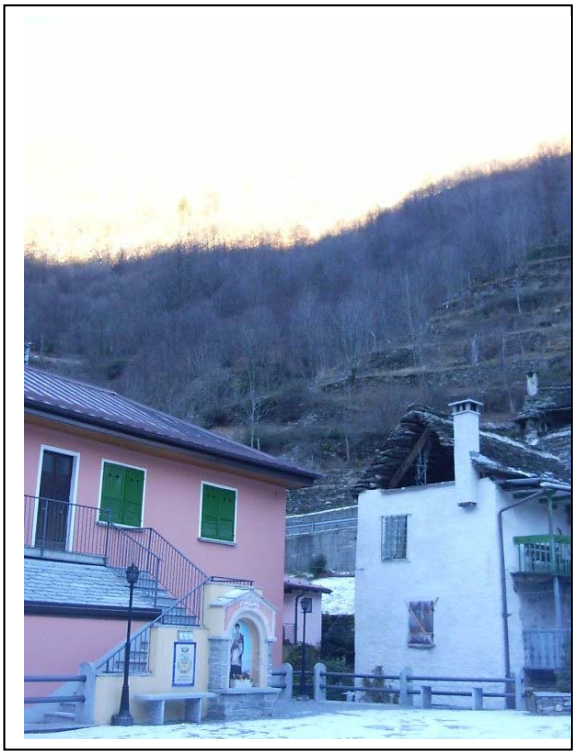
Consideriamo ora il caso in cui lo specchio, per semplicitá circolare, non possa per ragioni diverse, avere grandi dimensioni. Sia D il suo diametro.



Specchio circolare – Piano illuminato orizzontale

Fig. 8

La zona del piano orizzontale della piazza che viene illuminato è rappresentata in Fig. 8 nella quale si vede che ha forma ellittica allungata.



[1] Per praticità si consiglia uno specchio forma quadrata o rettangolare con lati in un rapporto 1:1.5 al massimo

[2] Si elencano: la necessità di strutture robuste, il peso, la difficoltà nello spostamento, l'azione degli agenti atmosferici, il costo, ecc.

Nella area del piano orizzontale della piazza che viene illuminato si possono individuare due zone :

- una zona centrale, in cui l'illuminamento J_S è massimo e costante, da ogni punto della quale un osservatore vedrebbe lo specchio completamente illuminato dal sole
- una fascia che circonda la zona centrale (fascia di penombra) in cui l'illuminamento provocato dai raggi solari riflessi dallo specchio diminuisce gradatamente annullandosi. Un osservatore posto in un punto di questa zona vedrebbe soltanto una parte dello specchio illuminata dal sole.

Poiché ai bordi della fascia di penombra l'illuminazione non è piú percepibile, con buona approssimazione si puó considerare illuminata la zona compresa all'interno della linea di mezzeria della fascia di penombra stessa.
Le relazioni sono le seguenti:

$$D_P = \frac{L}{107.5}$$

zona centrale - ellisse con assi $\left[D_P - D\right] \; ; \left[\frac{D_P - D}{sen(h)}\right]$

zona illuminata - ellisse con assi $\left[D_P\right] \; ; \left[\frac{D_P}{sen(h)}\right]$

larghezze della fascia esterna debolmente illuminata $\left[D/2\right] \; ; \left[\frac{D/2}{sen(h)}\right]$

Nel caso di Viganella si ha L = 874.8m e h = 33.6°.
Con uno specchio di 3m di diametro si avrebbe :

- una zona centrale di 5.1 x 9.3m
- una zona illuminata di 8.1 x 14.7m
- una fascia scarsamente illuminata di larghezze 1.5 e 2.8m, rispettivamente nelle due direzioni.

Indichiamo con Jo l'illuminamento in un punto colpito direttamente dai raggi del Sole nelle stesse condizioni atmosferiche, nella stesso giorno e nella stessa ora[2] e con J_S quello prodotto dalla luce riflessa dallo specchio. Si ricavano le relazioni :

$$J_{SMAX} = J_0 \cdot \left(\frac{D}{D_P}\right)^2 = J_0 \cdot \left(\frac{107.5 \cdot D}{L}\right)^2$$ nel caso di specchio circolare e

$$J_{SMAX} = 14714 \cdot \frac{Superficie_Specchio}{L^2} \cdot J_0$$

con specchio di **forma circolare o quadrata** con lato inferiore o uguale a $\frac{L}{107.5} = 8.13m$

Le formule sopra riportate danno il valore della illuminazione nella ipotesi che lo specchio sia rivolto esattamente verso il punto illuminato, cioè che la normale allo specchio sia esattamente diretta verso la piazza di Viganella o ancora che il raggio riflesso coincida con la normale allo specchio.

[2] Con il Sole ad una altezza di circa 45-50°, con cielo perfettamente sereno, il valore di J_0 è di circa 100000 lux. Per confronto ricordo che il valore di illuminamento su una superficie orizzontale prodotto da un cielo molto nuvoloso è di circa 1000 lux , quello prodotto da una lampada ad incandescenza da 60W posta a 1 m di distanza è di circa 100 lux e infine quello prodotto dalla luce della Luna piena di circa 0.2 lux.

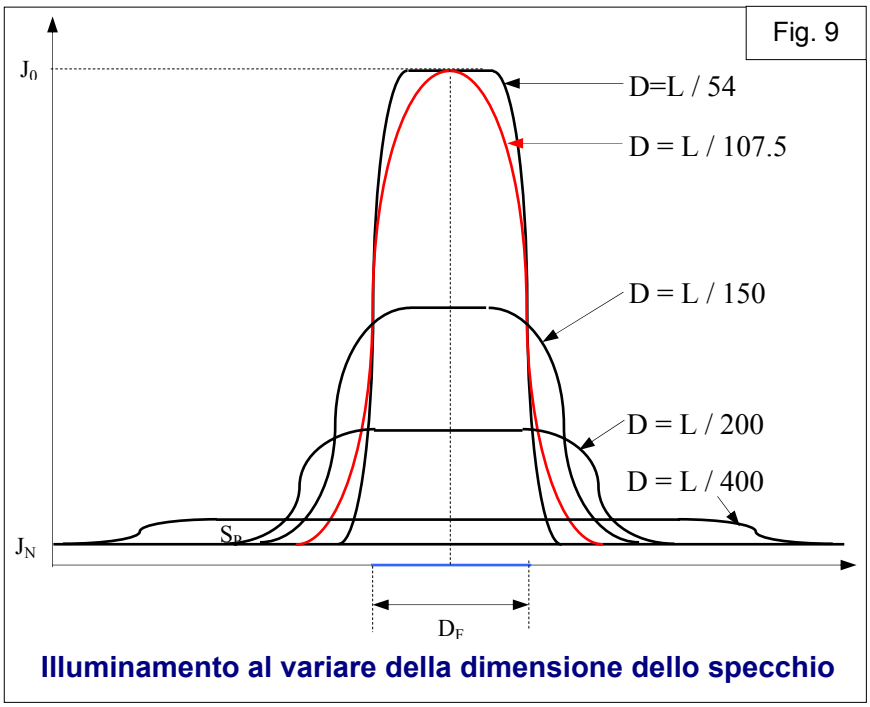
In caso diverso, per tener conto della superficie dello specchio che viene effettivamente "vista" dal punto illuminato, occorre moltiplicare i valori ottenuti dalle delle formule sopra riportate per il coseno dell'angolo fra la normale allo specchio e la direzione del raggio riflesso.
Da notare che con un solo specchio, anche molto grande, non è possibile ottenere una illuminazione uguale a quella prodotta direttamente dal Sole se il raggio riflesso non coincide con la direzione della normale allo specchio.
La cosa è invece possibile con un numero di specchi superiore a 1.

Con i dati dell'esempio sopra considerato (specchio di 3m di diametro) si avrebbe quindi nella zona centrale

- un illuminamento pari a circa 1/7di quello normale [$J_{SMAX} = 0.136$ Jo] nel caso migliore
- un illuminamento pari a circa 1/8.5di quello normale [$J_{SMAX} = 0.117$ Jo] nel caso che la normale allo specchio e il raggio riflesso formino un angolo di 30°.

Possiamo quindi concludere che al diminuire della dimensione D dello specchio l'illuminamento massimo centrale cala rapidamente poiché l'energia luminosa riflessa diminuisce in proporzione quadratica mentre rimane circa costante la superficie su cui essa viene distribuita.

Nella Fig. 9 sono riportati gli andamenti dell'illuminamento prodotto dai raggi riflessi per alcuni valori del rapporto fra diametro il D dello specchio e la distanza L specchio-osservatore.



Illuminamento al variare della dimensione dello specchio

Si può facilmente notare come l'illuminamento diminuisce molto rapidamente quando il diametro D è minore di L/107.5, mentre i fronti dei grafici si fanno sempre meno ripidi al diminuire del diametro.
Questo significa che quando il diametro è grande, il passaggio fra la zona centrale intensamente illuminata (J_0) e la zona in ombra in cui l'illuminamento è dovuto soltanto alla luce diffusa (J_N) è rapido e quindi molto facilmente percepibile, mentre quando il diametro dello specchio è abbastanza piccolo la transizione fra la zona illuminata e quella esterna diventa sempre più graduale, rendendo più difficile percepire correttamente i limiti delle diverse zone.

Numero degli specchi

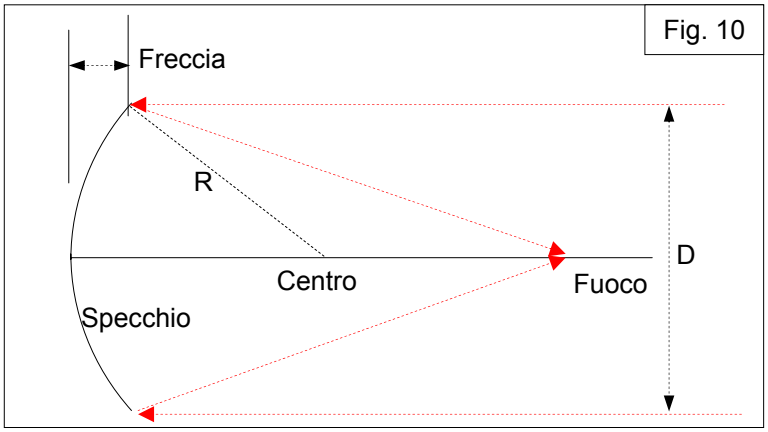
Nel paragrafo precedente si è trovato che con uno specchio di dimensioni relativamente piccole l'illuminamento risulta notevolmente più basso di quello "normale" e diminuisce rapidamente al diminuire delle dimensioni dell'area riflettente mentre la zona "illuminata" rimane all'incirca costante.
In particolare ad esempio, con uno specchio quadrato di 2.5 m di lato si raggiunge un illuminamento pari al 12% di quello in pieno sole, con uno di 3m di lato un illuminamento del 17.3% e con uno di 4m un valore del 31%.
In questi diversi casi la zona interessata ha sempre in pratica le dimensioni di circa 13 x 7m.
Volendo aumentare il valore dell'illuminamento prodotto dai raggi riflessi è quindi necessario aumentare l'area della superficie riflettente utilizzando o uno specchio di dimensioni maggiori o più specchi indipendenti funzionanti in parallelo, ciascuno dotato di proprio sistema di motorizzazione per l'orientamento (insieme o array di specchi).
Ad esempio un gruppo di 4 specchi di 3m di lato darebbe lo stesso risultato di un unico specchio delle dimensioni di 6 x 6m producendo un illuminamento pari all'69% di quello prodotto direttamente dal Sole nell'ipotesi migliore e soltanto del 60% nel caso di raggio riflesso formante un angolo di 30° con la normale allo specchio
Volendo invece un illuminamento pari soltanto al 50% di quello solare sarebbero sufficienti o uno specchio quadrato di 5.1m di lato o 3 specchi di 3 m di lato.
Infine per avere un illuminamento nella zona centrale teoricamente uguale a quello prodotto dal sole sarebbe necessario o un unico specchio di 8.1m di lato o 3 specchi da 4.20m, o 4 da 3.60m o infine 5 da 3.2 m. (valore massimo)
Nel caso che il raggio riflesso formi un angolo di 30° con la normale allo specchio non è possibile avere il valore di illuminamento Jo con un solo specchio.
Nel caso di più specchi i valori diventano : 3 sp. da 4.5 ; 4 sp. da 3.9 ; 5 sp. da 3.5 m.

Per quanto sinora esposto, si è valutata l'opportunità, rispetto alla prima proposta (specchio quadrato con 5 m di lato), di utilizzare uno specchio rettangolare da 8 * 5 m (in altezza).
Risulta la soluzione meglio compatibile col contesto in cui la struttura portante viene collocata.

La soluzione con più specchi è stata aprioristicamente scartata in quanto il sole (comunque riflesso) va inteso nella sua singolarità e non frammentato in più punti riflettenti che potrebbero anche creare sensazioni di disagio.
Occorre in ogni caso notare che il sistema di controllo dei movimenti dello specchio deve essere abbastanza preciso se si desidera che la zona illuminata rimanga fissa, cioè sempre nella stessa posizione.
Infatti un errore di 1° sull'orientamento porta a uno spostamento della zona illuminata di circa 28m., mentre per mantenerla centrata su un punto con una tolleranza di ±1 metro occorre una precisione nel moto degli assi superiore ai 4' d'arco (1/15°).

Specchio piano, sferico e parabolico

Per "focalizzare"meglio i raggi provenienti dal Sole sul punto interessato si può pensare di utilizzare o uno specchio sferico o, come in uso in astronomia, uno specchio parabolico.
Poiché l'ottica (fig.10) ci dice che il raggio di curvatura di uno specchio sferico è esattamente uguale alla metà della sua distanza focale, occorrerebbe usare uno specchio sferico con raggio R di circa 400m.



Se il diametro D è piccolo rispetto al raggio si ricava che la lunghezza della freccia, cioè lo scostamento massimo della superficie delle specchio da un piano vale :

$$freccia \cong \frac{D^2}{4 \cdot R}$$ che con D = 8m porta a un valore della freccia di soli 36mm .

in uno specchio parabolico lo scostamento da una superficie piana sarebbe uguale al valore trovato più un centesimo di mm circa.
Si può quindi concludere come non sia necessario uno specchio sferico o più complesso ma sia sufficiente uno specchio piano. (Ciò anche a sfatare il mito degli specchi ustori di Archimede che, se rapportati al caso di Viganella, dovrebbero essere in numero tale da coprire l'intero versante alle spalle del paese).

Tipologia degli di specchi.

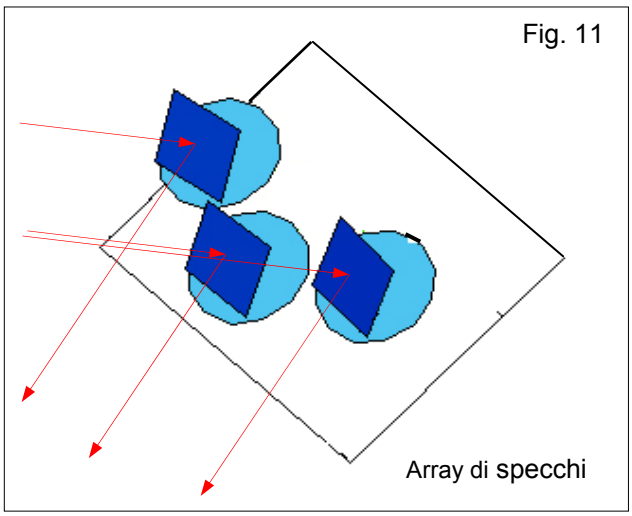
Lo specchio che può essere utilizzato per illuminare la piazza di Viganella potrebbe essere dello stesso tipo di quelli che vengono usati anche in alcune centrali per lo sfruttamento della energia solare per produrre energia elettrica o per ottenere altissime temperature [3].

In questi casi si hanno array di decine o centinaia di specchi che circondano una struttura centrale e che riflettono i raggi del sole su una parte elevata di quest'ultima dove è posizionato un forno con crogiolo o un generatore di vapore.

Tutti gli specchi sono motorizzati e comandati da un unico elaboratore che ne controlla i movimenti in modo tale che i raggi riflessi siano sempre diretti verso lo stesso punto mentre il sole si muove nel cielo. (Fig. 11)

In questi casi, a differenza del nostro, si dirigono e concentrano i raggi per ottenere alte temperature (anche migliaia di gradi) e cioè per concentrare l'energia termica del Sole in una zona ben delimitata.

[3] Questi specchi mobili sono chiamati normalmente Eliostati (heliostats) mentre si chiamano Celostati (Coelostats) i sistemi analoghi, che permettono di portare l'immagine del Sole all'interno di osservatori o altri edifici per avere una immagine fissa idonea alle osservazioni. I celostati sono usati in astronomia e in genere sono costituiti da uno specchio principale mobile con montatura equatoriale che manda i raggi solari verso uno o più specchi di rinvio.



Nel nostro caso invece si desidera concentrare l'energia solare non per raggiungere valori elevati di temperatura ma per raggiungere una illuminazione "naturale" in una zona ristretta non illuminata direttamente.
Gli *eliostati* usati nelle centrali per lo sfruttamento dell'energia solare sono normalmente costituiti da gruppi di lastre di vetro delle dimensioni di 1 o 2 metri montate su un telaio metallico rigido motorizzato.
Per ciascuno di essi vi sono 2 motori : uno controllare il movimento in azimut e l'altro per quello in elevazione.
Nel caso di Viganella, non dovendo raggiungere l'efficienza imposta da un impianto industriale, è possibile sostituire le lastre di vetro con altro materiale molto riflettente e che non si alteri se posto all'aperto.

Il movimento

Il sistema più pratico per agire con continuità sull'orientamento dello specchio in modo da inviare i raggi riflessi sempre nella stessa direzione è, come si è già accennato, quello di collegare lo specchio ad un supporto che compia due movimenti: uno secondo l'asse orizzontale e l'altro sull'asse verticale. Tale movimento è detto appunto altazimutale.
La robustezza del telaio portante deve essere però tale da non consentire giochi nei meccanismi del movimento. In grossi telescopi, ad un diffuso utilizzo iniziale della montatura "equatoriale", si sta ritornando al sistema altazimutale.
I parametri degli spostamenti in orizzontale ed in verticale dello specchio sono stati ricavati da rilievi in loco, specialmente derivati dal profilo della montagna a Sud di Viganella che scherma il sole nei periodi invernali.
Dati gli angoli sotto cui dallo specchio *si vede* Viganella e gli angoli orari del sole in quei giorni, si è potuto stabilire l'escursione massima richiesta allo specchio nei due assi principali del moto.
Essi sono riferiti al polo dello specchio (ovvero la bisettrice degli angoli incidente e riflesso o se si preferisce la normale allo specchio).
Si ha un angolo con strapiombo positivo (verso valle) della verticale dello specchio di 20°, mentre in orizzontale è sufficiente un arco di 70°.
Con riferimento alla linea Nord Sud, si hanno 50° verso Est e 20 verso Ovest.
Ciò dettato dalla posizione di Viganella rispetto al punto M dove si pensa di posizionare lo specchio, che si trova a Ovest.
Si avrà quindi la massima resa consentita quando il sole si troverà nel piano sustilare di un'ipotetica meridiana che fosse costruita nel punto di posa dello specchio e cioè attorno alle 8,37 del mattino (con riferimento al tempo solare vero ed al *centro* del sole).
La durata dell'insolazione riflessa oscillerà dunque dalle 8.15 alle 15 circa nei periodi prossimi ai primi di Novembre ed ai primi di Febbraio, per ridursi di circa 2 ore nei periodi del solstizio invernale (21 Dicembre).

(A chiarimento di questi movimenti specifici, si vedano i disegni allegati alla presente relazione)

Qui sotto sono riportate le formule utili per calcolare gli angoli che la normale dello specchio deve continuamente avere per riflettere i raggi del sole sempre nella stessa direzione.
Queste relazioni possono essere utilizzate per un eventuale programma che, dopo aver calcolato i valori degli angoli, mandi i segnali necessari ai comandi dei motori che producono il movimento dello specchio.

Siano

- P il punto dove si vuole inviare i raggi solari
- F la località in cui si monta lo specchio
- φ la Latitudine del punto P
- H_PF il dislivello fra i punti P ed F
- L_PF la distanza in orizzontale fra P ed F
- L la distanza PF cioè la lunghezza del raggio riflesso
- AzF l'azimut sotto il quale dal punto F si vede il punto P
- hF l'altezza del punto P per un osservatore posto in F - con AzF individua la direzione del raggio riflesso nel sistema altazimutale locale
- wF l'angolo orario della direzione del raggio riflesso FP
- dF la declinazione della direzione del raggio riflesso FP - con wF individua la direzione del raggio riflesso nel sistema equatoriale
- wA l'angolo orario del sole in un dato istante
- hA l'altezza del Sole
- wX l'angolo orario della normale allo specchio affinché i raggi solari siano riflessi nella direzione FP
- hX l'altezza della normale allo specchio
- AzX, hX l'azimut e l'altezza della direzione della normale allo specchio.

$$L = \sqrt{\overline{H_PF}^2 + \overline{L_PF}^2}$$

$$\tan(hF) = \frac{\overline{H_PF}}{\overline{L_PF}} \quad \text{da cui hF}$$

$$\sin(dF) = \sin(hF)\cdot\sin(\varphi) - \cos(hF)\cdot\cos(\varphi)\cdot\mathrm{co}(AzF)$$

$$\sin(wF) = \frac{\cos(hF)\cdot\sin(AzF)}{\cos(dF)} \qquad \text{da cui dF e wF}$$

$$E = \cos(dA)\cdot\cos(wA) + \cos(dF)\cdot\cos(wF)$$

$$F = \cos(dA)\cdot\sin(wA) + \cos(dF)\cdot\sin(wF)$$

$$\cos(wX) = \frac{E}{\sqrt{E^2 + F^2}}$$

$$\sin(wX) = \frac{F}{\sqrt{E^2 + F^2}}$$

$$\tan(dX) = \frac{\cos(dF)}{\sin(dA) - \sin(dF)}\cdot\cos(wF - wX) - \frac{\cos(dA)}{\sin(dA) - \sin(dF)}\cdot\cos(wX - wA)$$